

- $\frac{5^{20}}{9^{40}}$  以小數表示時，小數點後第  $n$  位開始出現不為 0 數字  $k$ ，求  $n=?$  及  $k=?$   
解  $n=25, k=6$
- 已知  $\log 2=0.3010$ ，若把  $5^{-30}$  表為小數時，從小數點後第幾位始出現不為 0 的數字？解 21
- 設  $\log 2=0.3010$ ， $x=1+2+2^2+\cdots+2^{31}$ ，則  $x$  是幾位正整數？其最高位數字為何？解 10, 4
- $\log(\log x)=2$ ，則  $x$  為幾位數？解 101
- 可使  $(1.25)^n$  的整數部分為三位數的自然數  $n$  共有幾個可能的值？( $\log 2=0.3010$ ) 解 10
- 設  $\log 2=0.3010$ ， $S=2^{45}$ ，若  $S$  為  $n$  位正整數，又其最高位數字為  $a$ ，則： $n+a=?$  解 17
- 設  $A, B$  均為正整數，已知  $\log A$  的首數為 4， $\log B$  的首數為 3，則  $A-B$  的“不可能”是下列何者？(A)98765 (B)90000 (C)999 (D)99111 (E)99999.  
解 DE
- 設  $10 < x < 100$ ，且  $\log x^2$  與  $\log \frac{1}{x}$  的尾數相同，則  $x=?$  解  $10^{\frac{4}{3}}$  或  $10^{\frac{5}{3}}$
- 設  $100 < x < 1000$ ，若  $\log_x$  之尾數為  $\alpha$ ，且  $\frac{3}{5} < \alpha < \frac{4}{5}$ ，則  $\log x^5$  之尾數為何？  
解  $5\alpha - 3$
- $\log a = -5.6376$ ， $\log^4 \sqrt{a}$  之首數為何？尾數為何？解  $-2, 0.5906$
- $A, n \in \mathbb{N}$  (1)若  $\log A$  之首數為  $n$ ，則此等  $n$  有幾個？(2)若  $\log \frac{1}{A}$  之首數為  $-n$ ，則此種  $A$  有幾個？解 (1) $9 \times 10^n$ ，(2) $9 \times 10^{n-1}$
- $\log A$  的首數是  $a$ ，尾數為  $b(b > \frac{1}{2})$ ，若  $\log \frac{1}{A}$  為首數為  $m$ ， $\log A^2$  的尾數是  $n$ ，則數對  $(m, n) = ?$  (以  $a, b$  表示) 解  $(-a-1, 2b+1)$
- $\log x = 2.3456$ ，則  $x$  的整數部份為幾位數，最高位數字 (最左邊的數字) 為何？解 3, 2
- $(\frac{50}{49})^n > 50$ ，則  $n$  的最小自然數為何？( $\log 2=0.3010, \log 7=0.8451$ ) 解 194
- $n \in \mathbb{N}$ ， $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771$ ，則使  $(\frac{5}{3})^n$  的數部分是七位數的  $n$  值有幾個？解 4
- $a, b$  為二正數， $a^{50}$  為 42 位數， $(\frac{1}{b})^{50}$  為純小數且在小數點後第 36 位始出現不為 0 的數字，則  $(ab)^{10}$  是幾位數？解 16
- 已知  $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771, \log 7=0.8451$ ，則將  $(\frac{6}{7})^{50}$  化為小數後，自小數點以下第幾位數字始不為 0，第一個不為 0 的數字為何？解 4, 4
- $\log 0.54 = -0.2676$ ，則  $(54)^{54}$  是幾位數，其首位數字是多少？(已知  $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771$ ) 解 94, 3

19.  $\log 2 = 3.010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ , 則  $6^{100}$  為幾位數? 解 78
20.  $3^{200}$  為  $n$  位數字, 其個位數字  $a$ , 最高位數字  $b$ , 則數對  $(a, b, n) = ?$  解  
(1, 2, 96)
21.  $\log x = 4 + p$ ,  $0 \leq p < 1$ , 則  $\log \frac{1}{x}$  的尾數為何? 解  $1 - p$  或  $p$
22.  $1 < x < 100$  且  $\log 4x$  之尾數為  $\log x$  之尾數的 3 倍, 則  $x$  值為何? 解 2, 20
23.  $1 < x < 10$ , 若  $\log x^2$  與  $\log \sqrt{x}$  之尾數和為 1, 則  $x = ?$  解  $\sqrt[3]{10^2}$ ,  $\sqrt[3]{10^4}$
24.  $10 \leq x \leq 100$ , 若  $\log x^2$  與  $\log \frac{1}{x^3}$  尾數同, 這些  $x$  值由小至大成等比數列, 則其公比為何? 解  $10^{\frac{1}{5}}$
25. 設  $\log 2 = 0.3010$ , 則  $(\frac{2}{5})^{20}$  表小數點後第幾位開始不為 0? 解 8
26. 設  $\log x = -5.6789$ , 則將  $x$  表成小數時, (1) 其小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字  $a$ ? (2) 又此數字  $a$  為多少? ( $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ ,  $\log 7 = 0.8451$ ) 解 (1)6, (2)2
27. 已知  $\log 4.9 = 2.6902$ , 則  $\log 0.0049$  的首數 = ? 解 -2
28.  $(\frac{3}{7})^{20}$  在小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字? 解 8
29.  $(2.8)^{10}$  的整數部分為幾位數? 解 5
30. 設  $x \in \mathbf{R}$ ,  $1 < x < 100$ , 若  $\log 3x$  之尾數為  $\log x$  之尾數的 3 倍, 則  $x = ?$  解  
 $\sqrt{3}$ ,  $10\sqrt{3}$
31. 把  $(\frac{3}{5})^{100}$  表成小數時 (1) 小數點後第幾位才出現不為 0 的數字? (2) 又這第一個不為 0 的數字是多少? (參考資料:  $\log 3 = 0.4771$ ,  $\log 5 = 0.6990$ ,  $\log 6 = 0.7782$ ,  $\log 7 = 0.8451$ ) 解 (1)24, (2)6
32. 若  $100 < x < 1000$  且  $\log x^2$  與  $\log \sqrt{x}$  的尾數相等, 則  $x = ?$  解  $10^{\frac{8}{3}}$
33.  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log (\frac{1}{5})^{100}$  的首數 = ? 解 -70
34. 設  $\log 2 = 0.3010$ , 則  $(\frac{2}{5})^{20}$  表小數點後第幾位開始不為 0? 解 8
35. 設  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ , 則將  $(\frac{2}{9})^{15}$  表為小數, 小數點以後第幾位開始不為 0? 解 11
36. 已知  $\log 2 = 0.3010$ , 則  $5^{100}$  展開後為幾位數? 解 70
37. 設  $\log x = -5.6789$ , 則將  $x$  表成小數時, 其小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字  $a$ ? 又此數字  $a = ?$  ( $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ ,  $\log 7 = 0.8451$ ) 解 6, 2
38.  $(\frac{1}{5})^{30}$  在小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字? 解 21
39. 把  $(\frac{6}{7})^{50}$  表成小數時, 小數點第  $n$  位才出現第一個不為 0 的數字  $m$ , 求序對  $(n, m) = ?$  (但  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ ,  $\log 7 = 0.8451$ ) 解 (4, 4)

40. 設  $10 \leq k \leq 100$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  $\log x^n$  與  $\log \frac{1}{x^n}$  的尾數相同, 求此等一切  $x$  值之和為

何?  $\boxed{\text{解}} \frac{100 \times 10^{\frac{1}{2^n}} - 10}{10^{\frac{1}{2^n}} - 1}$

41. 已知  $\log 3 = 0.4771$ , 則  $3^{50}$  為幾位數?  $\boxed{\text{解}} 24$

42. 設  $100 \leq x \leq 1000$ , 若  $\log x^2$  與  $\log \frac{1}{x}$  有相同的尾數, 求  $x$  之值?

$\boxed{\text{解}} x=100, 100\sqrt[3]{10}, 100\sqrt[3]{100}$  或  $1000$

43. 設  $1 < a < 10$ , 若  $\log a^2$  之尾數為  $\alpha$ ,  $\log \sqrt{a}$  之尾數的  $\beta$ , 且  $\alpha + \beta = 1$ , 求  $a = ?$   $\boxed{\text{解}} 10^{\frac{2}{5}}$  或  $10^{\frac{4}{5}}$

44. 已知  $\log 19.7 = 1.2947$ ,  $\log 198 = 2.2967$ , 若  $1977^{31}$  乘開後為  $m$  位自然數, 最高位數字為  $a$ , 個位數字為  $b$ , 求  $m, a, b$  之值為何?  $\boxed{\text{解}} 103, 1, 3$

45. 若  $(0.6)^n$  自小數點後第 5 位數字開始不為零, 求  $n = ?$   $\boxed{\text{解}} 19, 20, 21$  或  $22$

46. 將  $\frac{27^{100}}{5^{200}}$  的近似值寫成科學記號  $a.b \times 10^n$ , 其中  $a, b$  均為一位正整數,  $n$  為整數, 求數對  $(a, n) = ?$  ( $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ )  $\boxed{\text{解}} (2, 3)$

47.  $2^{-100}$  以小數表示時, 小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字?  $\boxed{\text{解}} 31$

48. 將  $2^{500}$  展開後是幾位數?  $\boxed{\text{解}} 151$

49.  $3^{50}$  是幾位數?  $\boxed{\text{解}} 24$

50. 將  $3^{100}$  以科學記號表示:  $3^{100} = a \times 10^m$ , 其中  $1 \leq a < 10$ ,  $m$  為整數, 則  $a$  的整數部分為何?  $\boxed{\text{解}} 5$

51.  $3^{100}$  是幾位數? 又其個位數字為何? ( $\log 3 = 0.4771$ )  $\boxed{\text{解}} 48, 1$

52.  $5^{30}$  是 21 位數, 則  $50^{20}$  是幾位數?  $\boxed{\text{解}} 14$

53. 已知  $7^{100}$  為 85 位數,  $11^{100}$  為 105 位數, 則  $77^{30}$  為幾位數?  $\boxed{\text{解}} 57$

54. 若  $47^{100}$  為 168 位數, 則 (1)  $47^{17}$  為幾位數? (2)  $\frac{1}{47^{17}}$  在小數點以下第幾位始出現不為 0 的數字?  $\boxed{\text{解}} (1)29, (2)29$

55.  $51^{100}$  為 171 位數, 則  $51^{50}$  為幾位數?  $\boxed{\text{解}} 86$

56.  $n \in \mathbf{R}, n^{39}$  為 92 位數, 則  $n^{20}$  幾位數?  $\boxed{\text{解}} 47$  或  $48$

57. 把  $(\frac{3}{5})^{100}$  表成小數時, 小數點後第幾位才出現不為 0 的數字? 又這第一個不為 0 的數字是多少? (參考資料:  $\log 3 = 0.4771, \log 5 = 0.6990, \log_6 = 0.7782, \log 7 = 0.8451$ .)  $\boxed{\text{解}} 首位不為 0$  數出現在小數點後 24 位為 6

58.  $\log 2 = 0.3010$ , 若  $n = 2^{30}$ , 則  $n$  為幾位數?  $\boxed{\text{解}} 10$

59. 已知  $a \in \mathbf{N}$  且  $400 < a < 450$ ,  $b$  是四位整數且  $\log a$  的尾數為  $\log b$  尾數的二倍, 求  $a, b$ ?  $\boxed{\text{解}} \begin{cases} a=441 \\ b=2100 \end{cases}$

60.  $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{79}$  為幾位數? 最左邊的數字為何?  $\boxed{\text{解}} 25$  位數, 最左邊的數字為 1

61.  $1+2+4+\dots+2^{99}$ , 則  $S$  為幾位數?  $\boxed{\text{解}} 31$

62. 設  $N=1+2+2^2+\dots+2^{49}$ , 則  $N$  為一個幾位數? 其最高位數字為何? 其個位數

字為何？ 解 16, 2, 3

63. 若  $S=1+2^1+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{50}$  試求

(1)  $S$  是幾位數

(2)  $S$  的第一位數為何

(3)  $S$  的個位數為何？

解 (1)16, (2)2, (3)7

64. 試問 (1)  $1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{20}$  是幾位數？ (2)  $(\frac{3}{7})^{10}$  在小數點後第幾位開始

出現不為 0 的數字？ ( $\log 2=0.3010$ ,  $\log 3=0.4771$ ,  $\log 7=0.8451$ ) 解

(1)10, (2)4

65. 等比級數  $1+2+2^2+\cdots+2^{64}$  的和為幾位數？其最左邊的一位數字為何？

解 20, 3