

1. 從 1 到 300 中選出三個數，其和為 3 的倍數的取法有幾種？

解： $3 \times C_3^{100} + C_1^{100} C_1^{100} C_1^{100} = 1485100$

2. 電腦儲存與運算皆以二進位 (0 與 1) 為之，一部高階掃描器可以 30bits 來儲存一個點 (pixel) 的顏色數，試問此 30bits 中，包含偶數個 0 的情形有幾種？

解： $f(x) = (x+1)^n$ ， $n = 30$ 展開式中偶數次項的係數總和，即 $\frac{2^n + 0^n}{2}$

3. 一個含有 n 位數字的四進位數列中，含有偶數個 0 的數列有幾種？

解： $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^n$ ，展開式中正的係數項的係數總和，令

$g(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^n$ ，即 $\frac{f(1) + g(1)}{2} = \frac{2^n + 4^n}{2}$

4. 某工廠生產陳水扁、呂秀蓮、宋楚瑜、連戰、馬英九等五種出氣娃娃，某次賑災義賣活動此工廠欲捐娃娃共 100 個，試問此工廠所捐出的娃娃總共有多少種不同的搭配情形？

解： H_{100}^5

5. 某大學有 8 個科系接受申請入學，提出申請的 68 人中挑出合格的 30 人，假設各個科系接受申請名額皆為 40 人，且每人只能選擇一個科系就讀；已知於新鮮人開學時，30 人中並無人放棄就讀，試問該大學申請入學各科系錄取人數的情形有幾種？

解： H_{30}^8

6. 試求 $x + y + z \leq 50$ 有多少組不同的非負整數解？

解： $\sum_{k=0}^{50} C_3^{k+3} = 2346$ (等同於 $x + y + z + u = 50$ 有多少組不同的非負整數解 $H_{50}^4 = 2346$)

7. 試求 $xyz = 1400$ 有多少組不同的正整數解？

解： $H_3^3 H_3^2 H_3^1$

8. 在排成一列的 5 封不同的信之間插入 15 個相同的信封，但要求每兩封信之間至少要插入 3 個信封，問總共有多少種不同的排法？

解： $A_{xxxx} B_{xxxx} C_{xxx} D_{xxx} E$ ， $H_3^4 \times 5! = 2400$

9. 從一個裝有 3 個相同白球，1 個紅球，2 個相同黃球的袋子中，取出 3 個球，試求可能取出的情形有多少種？

解： $(1 + x + x^2 + x^3)(1 + x)(1 + x + x^2)$ 展開式中， x^3 的係數即是

10. 1