

## 中國剩餘定理

### 一、名詞：整係數方程式、一般解（通解）

### 二、二元一次整係數方程式整數解的探討

$$ax + by = c, \quad a, b \text{ 皆為整數}$$

1. 尤拉法
2. 輾轉相除法
3. 秦九韶求一術

定理一： 定理 1:  $a, b, c$  為整數,  $a^2 + b^2 \neq 0$ , 則方程式  $ax + by = c$  有整數解的充要條件是  $a, b$  的最大公因數  $(a, b)$  可以整除  $c$

定理二： 設  $ax + by = c$  是一個整係數二元一次方程式, 其中  $(a, b) = 1$ , 若  $x = x_0, y = y_0$  是它的一組整數解, 則它的全部整數解為  $\begin{cases} x = x_0 + bt \\ y = y_0 - at \end{cases}$ , 其中  $t$  為任意整數

定理三： 設  $ax + by = c$  是一個整係數二元一次方程式, 其中  $(a, b) = d$ , 且  $d$  能整除  $c$ , 若  $x = x_0, y = y_0$  是它的一組整數解, 則它的全部整數解為  $\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}t \\ y = y_0 - \frac{a}{d}t \end{cases}$ , 其中  $t$  為任意整數

意整數

例 1：試求  $5x - 3y = 13$  的整數解

例 2：試求  $153x = 100y + 27$  的整數解

例 3：試求  $82x + 69y = 5$  的整數解

例 4：試求  $1024x - 15625y = 8404$  的整數解

例 5：試解出  $6x + 9y = 12$  的全部整數解

例 6：試求出  $4x + 2y = 6$  的全部整數解

例 7：試求出直線  $2x + 3y = 3$  所經過的的格子點個數

例 8：試求出直線  $12x + 8y = 7$  所經過的的格子點個數

例 9：是否有一個二元一次整係數方程式是無整數解的情形？若有請舉例？

### 三、剩餘問題

1. 綜合除法（除商法）
2. 餘式定理

例 1：二數餘一，五數餘二，七數餘三，九數餘四，問本數？

例 2：二數餘一，三數餘一，五數餘二，七數餘三，問本數？

例 3：一整數被 2 除餘 1，被 3 除餘 2，被 4 除餘 3，被 5 除餘 2，試求此整數的一般解？

例 4：一整數被 3 除餘 1，被 5 除餘 3，被 7 除餘 2，被 9 除餘 4，試求此整數的一般解？