

- $\frac{5^{20}}{9^{40}}$ 以小數表示時，小數點後第 n 位開始出現不為 0 數字 k ，求 $n=?$ 及 $k=?$
解 $n=25, k=6$
- 已知 $\log 2=0.3010$ ，若把 5^{-30} 表為小數時，從小數點後第幾位始出現不為 0 的數字？
解 21
- 設 $\log 2=0.3010$ ， $x=1+2+2^2+\cdots+2^{31}$ ，則 x 是幾位正整數？其最高位數字為何？
解 10, 4
- $\log(\log x)=2$ ，則 x 為幾位數？
解 101
- 可使 $(1.25)^n$ 的整數部分為三位數的自然數 n 共有幾個可能的值？($\log 2=0.3010$)
解 10
- 設 $\log 2=0.3010$ ， $S=2^{45}$ ，若 S 為 n 位正整數，又其最高位數字為 a ，則： $n+a=?$
解 17
- 設 A, B 均為正整數，已知 $\log A$ 的首數為 4， $\log B$ 的首數為 3，則 $A-B$ 的“不可能”是下列何者？(A)98765 (B)90000 (C)999 (D)99111 (E)99999.
解 DE
- 設 $10 < x < 100$ ，且 $\log x^2$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 的尾數相同，則 $x=?$
解 $10^{\frac{4}{3}}$ 或 $10^{\frac{5}{3}}$
- 設 $100 < x < 1000$ ，若 \log_x 之尾數為 α ，且 $\frac{3}{5} < \alpha < \frac{4}{5}$ ，則 $\log x^5$ 之尾數為何？
解 $5\alpha - 3$
- $\log a = -5.6376$ ， $\log \sqrt[4]{a}$ 之首數為何？尾數為何？
解 $-2, 0.5906$
- $A, n \in \mathbb{N}$ (1)若 $\log A$ 之首數為 n ，則此等 n 有幾個？(2)若 $\log \frac{1}{A}$ 之首數為 $-n$ ，則此種 A 有幾個？
解 (1) 9×10^n ，(2) $9 \times 10^{n-1}$
- $\log A$ 的首數是 a ，尾數為 $b(b > \frac{1}{2})$ ，若 $\log \frac{1}{A}$ 為首數為 m ， $\log A^2$ 的尾數是 n ，則數對 $(m, n)=?$ (以 a, b 表示)
解 $(-a-1, 2b+1)$
- $\log x = 2.3456$ ，則 x 的整數部份為幾位數，最高位數字 (最左邊的數字) 為何？
解 3, 2
- $(\frac{50}{49})^n > 50$ ，則 n 的最小自然數為何？($\log 2=0.3010, \log 7=0.8451$)
解 194
- $n \in \mathbb{N}$ ， $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771$ ，則使 $(\frac{5}{3})^n$ 的數部分是七位數的 n 值有幾個？
解 4
- a, b 為二正數， a^{50} 為 42 位數， $(\frac{1}{b})^{50}$ 為純小數且在小數點後第 36 位始出現不為 0 的數字，則 $(ab)^{10}$ 是幾位數？
解 16
- 已知 $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771, \log 7=0.8451$ ，則將 $(\frac{6}{7})^{50}$ 化為小數後，自小數點以下第幾位數字始不為 0，第一個不為 0 的數字為何？
解 4, 4
- $\log 0.54 = -0.2676$ ，則 $(54)^{54}$ 是幾位數，其首位數字是多少？(已知 $\log 2=0.3010, \log 3=0.4771$)
解 94, 3

19. $\log 2 = 3.010$, $\log 3 = 0.4771$, 則 6^{100} 為幾位數? 解 78
20. 3^{200} 為 n 位數字, 其個位數字 a , 最高位數字 b , 則數對 $(a, b, n) = ?$ 解
(1, 2, 96)
21. $\log x = 4 + p$, $0 \leq p < 1$, 則 $\log \frac{1}{x}$ 的尾數為何? 解 $1 - p$ 或 p
22. $1 < x < 100$ 且 $\log 4x$ 之尾數為 $\log x$ 之尾數的 3 倍, 則 x 值為何? 解 2, 20
23. $1 < x < 10$, 若 $\log x^2$ 與 $\log \sqrt{x}$ 之尾數和為 1, 則 $x = ?$ 解 $\sqrt[3]{10^2}$, $\sqrt[3]{10^4}$
24. $10 \leq x \leq 100$, 若 $\log x^2$ 與 $\log \frac{1}{x^3}$ 尾數同, 這些 x 值由小至大成等比數列, 則其公比為何? 解 $10^{\frac{1}{5}}$
25. 設 $\log 2 = 0.3010$, 則 $(\frac{2}{5})^{20}$ 表小數點後第幾位開始不為 0? 解 8
26. 設 $\log x = -5.6789$, 則將 x 表成小數時, (1) 其小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字 a ? (2) 又此數字 a 為多少? ($\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$) 解 (1)6, (2)2
27. 已知 $\log 4.9 = 2.6902$, 則 $\log 0.0049$ 的首數 = ? 解 -2
28. $(\frac{3}{7})^{20}$ 在小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字? 解 8
29. $(2.8)^{10}$ 的整數部分為幾位數? 解 5
30. 設 $x \in \mathbf{R}$, $1 < x < 100$, 若 $\log 3x$ 之尾數為 $\log x$ 之尾數的 3 倍, 則 $x = ?$ 解
 $\sqrt{3}$, $10\sqrt{3}$
31. 把 $(\frac{3}{5})^{100}$ 表成小數時 (1) 小數點後第幾位才出現不為 0 的數字? (2) 又這第一個不為 0 的數字是多少? (參考資料: $\log 3 = 0.4771$, $\log 5 = 0.6990$, $\log 6 = 0.7782$, $\log 7 = 0.8451$) 解 (1)24, (2)6
32. 若 $100 < x < 1000$ 且 $\log x^2$ 與 $\log \sqrt{x}$ 的尾數相等, 則 $x = ?$ 解 $10^{\frac{8}{3}}$
33. $\log 2 = 0.3010$, $\log (\frac{1}{5})^{100}$ 的首數 = ? 解 -70
34. 設 $\log 2 = 0.3010$, 則 $(\frac{2}{5})^{20}$ 表小數點後第幾位開始不為 0? 解 8
35. 設 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 則將 $(\frac{2}{9})^{15}$ 表為小數, 小數點以後第幾位開始不為 0? 解 11
36. 已知 $\log 2 = 0.3010$, 則 5^{100} 展開後為幾位數? 解 70
37. 設 $\log x = -5.6789$, 則將 x 表成小數時, 其小數點後第幾位才開始出現不為 0 的數字 a ? 又此數字 $a = ?$ ($\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$) 解 6, 2
38. $(\frac{1}{5})^{30}$ 在小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字? 解 21
39. 把 $(\frac{6}{7})^{50}$ 表成小數時, 小數點第 n 位才出現第一個不為 0 的數字 m , 求序對 $(n, m) = ?$ (但 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$) 解 (4, 4)

40. 設 $10 \leq k \leq 100$, $n \in \mathbb{N}$, $\log x^n$ 與 $\log \frac{1}{x^n}$ 的尾數相同, 求此等一切 x 值之和為

何? 解 $\frac{100 \times 10^{\frac{1}{2^n}} - 10}{10^{\frac{1}{2^n}} - 1}$

41. 已知 $\log 3 = 0.4771$, 則 3^{50} 為幾位數? 解 24

42. 設 $100 \leq x \leq 1000$, 若 $\log x^2$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 有相同的尾數, 求 x 之值?

解 $x = 100, 100\sqrt[3]{10}, 100\sqrt[3]{100}$ 或 1000

43. 設 $1 < a < 10$, 若 $\log a^2$ 之尾數為 α , $\log \sqrt{a}$ 之尾數的 β , 且 $\alpha + \beta = 1$, 求 $a = ?$ 解 $10^{\frac{2}{5}}$ 或 $10^{\frac{4}{5}}$

44. 已知 $\log 19.7 = 1.2947$, $\log 198 = 2.2967$, 若 1977^{31} 乘開後為 m 位自然數, 最高位數字為 a , 個位數字為 b , 求 m, a, b 之值為何? 解 103, 1, 3

45. 若 $(0.6)^n$ 自小數點後第 5 位數字開始不為零, 求 $n = ?$ 解 19, 20, 21 或 22

46. 將 $\frac{27^{100}}{5^{200}}$ 的近似值寫成科學記號 $a.b \times 10^n$, 其中 a, b 均為一位正整數, n 為整數, 求數對 $(a, n) = ?$ ($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$) 解 (2, 3)

47. 2^{-100} 以小數表示時, 小數點後第幾位開始出現不為 0 的數字? 解 31

48. 將 2^{500} 展開後是幾位數? 解 151

49. 3^{50} 是幾位數? 解 24

50. 將 3^{100} 以科學記號表示: $3^{100} = a \times 10^m$, 其中 $1 \leq a < 10$, m 為整數, 則 a 的整數部分為何? 解 5

51. 3^{100} 是幾位數? 又其個位數字為何? ($\log 3 = 0.4771$) 解 48, 1

52. 5^{30} 是 21 位數, 則 50^{20} 是幾位數? 解 14

53. 已知 7^{100} 為 85 位數, 11^{100} 為 105 位數, 則 77^{30} 為幾位數? 解 57

54. 若 47^{100} 為 168 位數, 則 (1) 47^{17} 為幾位數? (2) $\frac{1}{47^{17}}$ 在小數點以下第幾位始出現不為 0 的數字? 解 (1)29, (2)29

55. 51^{100} 為 171 位數, 則 51^{50} 為幾位數? 解 86

56. $n \in \mathbb{R}, n^{39}$ 為 92 位數, 則 n^{20} 幾位數? 解 47 或 48

57. 把 $(\frac{3}{5})^{100}$ 表成小數時, 小數點後第幾位才出現不為 0 的數字? 又這第一個不為 0 的數字是多少? (參考資料: $\log 3 = 0.4771, \log 5 = 0.6990, \log_6 = 0.7782, \log 7 = 0.8451$.) 解 首位不為 0 數出現在小數點後 24 位為 6

58. $\log 2 = 0.3010$, 若 $n = 2^{30}$, 則 n 為幾位數? 解 10

59. 已知 $a \in \mathbb{N}$ 且 $400 < a < 450$, b 是四位整數且 $\log a$ 的尾數為 $\log b$ 尾數的二倍, 求 a, b ? 解 $\begin{cases} a=441 \\ b=2100 \end{cases}$

60. $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{79}$ 為幾位數? 最左邊的數字為何? 解 25 位數, 最左邊的數字為 1

61. $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{99}$, 則 S 為幾位數? 解 31

62. 設 $N = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{49}$, 則 N 為一個幾位數? 其最高位數字為何? 其個位數

字為何？ 解 16, 2, 3

63. 若 $S=1+2^1+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{50}$ 試求

(1) S 是幾位數

(2) S 的第一位數為何

(3) S 的個位數為何？

解 (1)16, (2)2, (3)7

64. 試問 (1) $1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{20}$ 是幾位數？ (2) $(\frac{3}{7})^{10}$ 在小數點後第幾位開始

出現不為 0 的數字？ ($\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$, $\log 7=0.8451$) 解

(1)10, (2)4

65. 等比級數 $1+2+2^2+\cdots+2^{64}$ 的和為幾位數？其最左邊的一位數字為何？

解 20, 3